

FCOV23: Competencia Matemática
Nivel II

Elaborado por: Francisco Javier Gómez Ruiz

Edición 2.0

EDITORIAL ELEARNING S.L.

ISBN: 978-84-16557-62-2

No está permitida la reproducción total o parcial de esta obra bajo cualquiera de sus formas gráficas o audiovisuales sin la autorización previa y por escrito de los titulares del depósito legal.

Impreso en España - Printed in Spain

Presentación

Identificación del Módulo formativo

Este módulo formativo corresponde a FCOV23: Competencia matemática del Nivel II, dentro del área de Competencias Clave de la familia profesional de la Formación Complementaria.

Presentación de los contenidos

La finalidad es identificar los elementos matemáticos presentes en la realidad y aplicar el razonamiento matemático en la solución de problemas relacionados con la vida cotidiana, utilizando los números y sus operaciones básicas, las medidas, la geometría, el álgebra y el análisis de datos.

Objetivos

Al finalizar este módulo aprenderás a:

- Conocer y manejar los elementos matemáticos básicos, números enteros, fraccionarios, decimales y porcentajes sencillos; unidades de medida, símbolos, elementos geométricos, etc.
- Resolver problemas, utilizando adecuadamente los distintos números, las cuatro operaciones elementales, los procedimientos básicos de la proporcionalidad numérica (regla de tres, cálculo de porcentajes) y el lenguaje algebraico para resolver ecuaciones de primer grado.

FCOV23: Competencia Matemática
Nivel II

- Resolver problemas cotidianos sobre unidades monetarias y unidades de medida usuales y calcular longitudes, áreas, volúmenes y ángulos.
- Elaborar e interpretar informaciones estadísticas más usuales e información gráfica sobre la vida cotidiana y fenómenos sencillos de probabilidad.

Índice

UD1. Utilización de los números para la resolución de problemas	11
1.1. Sistema posicional de numeración decimal	13
1.1.1. Unidades, decenas y centenas	14
1.2. Números naturales	16
1.2.1. Representación y comparación de números naturales ..	16
1.2.2. Operaciones básicas con los números naturales	19
1.3. Divisibilidad de números naturales	30
1.3.1. Múltiplos y divisores de un número. Uso de los criterios de divisibilidad	30
1.3.2. Números primos. Números compuestos. Descomposición de números en factores primos.....	32
1.3.3. Cálculo de múltiplos y divisores comunes a varios números.....	33
1.3.4. Máximo común divisor (M.C.D.) y mínimo común múltiplo (m.c.m.): procedimientos de cálculo	35
1.3.5. Aplicaciones de la divisibilidad y uso del M.C.D. y del m.c.m. en la resolución de problemas asociados a situaciones cotidianas	38

1.4.	Números enteros	42
1.4.1.	Representación y comparación de números enteros ...	42
1.4.2.	Aplicación de la regla de los signos en la multiplicación	44
1.4.3.	Operaciones básicas con números enteros	44
1.4.4.	Necesidad de los números negativos para expresar estados y cambios. Reconocimiento y conceptualización en contextos reales.....	49
1.4.5.	Utilización de la jerarquía y propiedades de las operaciones y de las reglas de uso de los paréntesis en cálculos sencillos	50
1.4.6.	Utilización de la calculadora para operar con números enteros.....	52
1.5.	Fracciones y decimales en entornos cotidianos.....	52
1.5.1.	Decimales en entornos cotidianos. Operaciones con números decimales.....	53
1.5.2.	Significados y usos de las fracciones en la vida real	55
1.5.3.	Fracciones equivalentes. Simplificación y amplificación de fracciones; identificación y obtención de fracciones equivalentes.....	56
1.5.4.	Reducción de fracciones a común denominador. Comparación de fracciones.....	57
1.5.5.	Operaciones con fracciones: suma, resta, producto y cociente	60
1.5.6.	Relaciones entre fracciones y decimales	63
1.6.	Porcentajes	68
1.6.1.	Cálculo mental y escrito con porcentajes habituales	68
1.6.2.	Aumentos y disminuciones porcentuales.....	70
1.6.3.	Identificación y utilización en situaciones de la vida cotidiana de magnitudes directamente proporcionales....	71
1.6.4.	Aplicación a la resolución de problemas en las que intervenga la proporcionalidad directa. Repartos directamente proporcionales	72
1.7.	Utilización de la calculadora.....	73

1.7.1. Instrucciones de manejo de la calculadora estándar	74
1.7.2. Empleo de la calculadora como un instrumento para resolver operaciones	75
UD2. Utilización de las medidas para la resolución de problemas	85
2.1. Unidades monetarias	87
2.1.1. Identificación y comparación del euro y el dólar	87
2.1.2. Conversión de moneda.....	90
2.2. El sistema métrico decimal	91
2.2.1. Medidas de longitud. El metro, múltiplos y submúltiplos	92
2.2.2. Medidas de superficie. El metro cuadrado.....	93
2.2.3. Medidas de volumen. El metro cúbico	95
2.2.4. Medidas de masa y capacidad.....	96
2.2.5. Relación entre unidades de capacidad, volumen y masa.....	99
UD3. Aplicación de la geometría en la resolución de problemas	107
3.1. Elementos básicos de la geometría del plano.....	109
3.1.1. Líneas, segmentos, ángulos	110
3.1.2. Medida y operaciones con ángulos	113
3.2. Coordenadas cartesianas	121
3.2.1. Representación en ejes de coordenadas: abscisas y ordenadas	121
3.3. Polígonos	125
3.3.1. Propiedades y relaciones	125
3.3.2. Significado y cálculo de perímetros y áreas	134
3.4. La circunferencia y el círculo.....	139

3.4.1.	Significado del número pi. Relación entre el diámetro y la longitud de la circunferencia.....	140
3.4.2.	Cálculo de la longitud de la circunferencia.....	140
3.4.3.	Cálculo del área del círculo.....	141
3.5.	Cuerpos geométricos: prismas y pirámides.....	142
3.5.1.	Cálculo del área y volumen del prisma	145
3.5.2.	Cálculo del área y volumen de la pirámide.....	146
3.5.3.	Comparación del volumen del prisma con la pirámide de igual base y altura	148
3.6.	Resolución de problemas geométricos que impliquen la estimación y el cálculo de longitudes, superficies y volúmenes	149
3.7.	Empleo de herramientas informáticas para construir y simular relaciones entre elementos geométricos	154

UD4. Aplicación del álgebra en la resolución de problemas... 167

4.1.	Lenguaje algebraico para representar y comunicar situaciones de la vida cotidiana: situaciones de cambio	169
4.1.1.	Traducción de expresiones del lenguaje cotidiano al algebraico.....	169
4.1.2.	Empleo de letras para simbolizar cantidades o números desconocidos	170
4.1.3.	Utilización de los símbolos para representar relaciones numéricas.....	171
4.1.4.	Representación gráfica.....	172
4.1.5.	Operaciones con expresiones algebraicas sencillas...	172
4.2.	Ecuaciones de primer grado con una incógnita	176
4.2.1.	Significado de las ecuaciones.....	177
4.2.2.	Resolución de problemas con ecuaciones de primer grado. Despejar la incógnita	179

UD5. Aplicación del análisis de datos, la estadística y la probabilidad en la resolución de problemas	195
5.1. Recogida de datos provenientes de diferentes fuentes de información en tablas de valores.....	197
5.2. Técnicas elementales de recogida de datos (encuesta, observación, medición)	199
5.3. Tablas de doble entrada y tablas de frecuencia	201
5.3.1. Frecuencias absolutas y relativas de los datos.	202
5.4. Representación gráfica de los datos. Formas de representar la información: tipos de gráficos estadísticos (diagrama de barras, pictogramas, polígono de frecuencias, diagrama de sectores)	206
5.5. Obtención y utilización de información para la realización de gráficos y tablas de datos relativos a objetos, fenómenos y situaciones del entorno	211
5.6. Medidas de centralización: media aritmética, moda, mediana y rango.....	213
5.7. Valoración de la importancia de analizar críticamente las informaciones que se presentan a través de gráficos estadísticos	219
5.8. Carácter aleatorio de algunas experiencias.....	222
5.9. Presencia del azar en la vida cotidiana. Estimación del grado de probabilidad de un suceso	224
5.10. Formulación y comprobación a nivel intuitivo de conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos	228
Glosario	237
Soluciones	253

Área: competencias clave

UD1

Utilización de los
números para la
resolución de problemas

FCOV23: Competencia Matemática
Nivel II

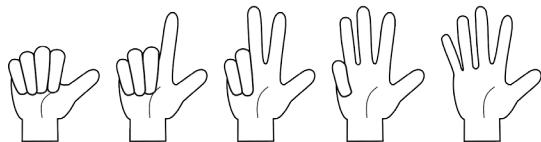
- 1.1. Sistema posicional de numeración decimal
 - 1.1.1. Unidades, decenas y centenas
- 1.2. Números naturales
 - 1.2.1. Representación y comparación de números naturales
 - 1.2.2. Operaciones básicas con los números naturales
- 1.3. Divisibilidad de números naturales
 - 1.3.1. Múltiplos y divisores de un número. Uso de los criterios de divisibilidad
 - 1.3.2. Números primos. Números compuestos. Descomposición de números en factores primos
 - 1.3.3. Cálculo de múltiplos y divisores comunes a varios números
 - 1.3.4. Máximo común divisor (M.C.D.) y mínimo común múltiplo (M.C.M.): procedimientos de cálculo
 - 1.3.5. Aplicaciones de la divisibilidad y uso del M.C.D. y del M.C.M. en la resolución de problemas asociados a situaciones cotidianas
- 1.4. Números enteros
 - 1.4.1. Representación y comparación de números enteros
 - 1.4.2. Aplicación de la regla de los signos en la multiplicación
 - 1.4.3. Operaciones básicas con números enteros
 - 1.4.4. Necesidad de los números negativos para expresar estados y cambios. Reconocimiento y conceptualización en contextos reales
 - 1.4.5. Utilización de la jerarquía y propiedades de las operaciones y de las reglas de uso de los paréntesis en cálculos sencillos
 - 1.4.6. Utilización de la calculadora para operar con números enteros
- 1.5. Fracciones y decimales en entornos cotidianos
 - 1.5.1. Decimales en entornos cotidianos. Operaciones con números decimales
 - 1.5.2. Significados y usos de las fracciones en la vida real
 - 1.5.3. Fracciones equivalentes. Simplificación y amplificación de fracciones; identificación y obtención de fracciones equivalentes
 - 1.5.4. Reducción de fracciones a común denominador. Comparación de fracciones
 - 1.5.5. Operaciones con fracciones: suma, resta, producto y cociente
 - 1.5.6. Relaciones entre fracciones y decimales
- 1.6. Porcentajes
 - 1.6.1. Cálculo mental y escrito con porcentajes habituales
 - 1.6.2. Aumentos y disminuciones porcentuales
 - 1.6.3. Identificación y utilización en situaciones de la vida cotidiana de magnitudes directamente proporcionales
 - 1.6.4. Aplicación a la resolución de problemas en las que intervenga la proporcionalidad directa. Repartos directamente proporcionales
- 1.7. Utilización de la calculadora
 - 1.7.1. Instrucciones de manejo de la calculadora estándar
 - 1.7.2. Empleo de la calculadora como un instrumento para resolver operaciones

1.1. Sistema posicional de numeración decimal

Los números nacen por la necesidad del hombre para contar, medir, ordenar...

A lo largo de la historia el ser humano ha ido creando y desarrollando conjuntos numéricos en función de las necesidades que ha tenido y le han ido surgiendo, por ejemplo, para su vida cotidiana, utilizó la forma más sencilla e intuitiva de contar, apoyándose en los dedos de sus manos, y gracias a esto, el sistema numérico más usado en el mundo es el decimal, que se basa en 10 símbolos, tantos como dedos tenemos en las manos.

{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}



Contar



Un **sistema de numeración** es el conjunto de símbolos y reglas que se usan para construir datos numéricos

Un **sistema posicional** es en el que cada dígito recibe un valor en función de la posición relativa que ocupe dentro del número, es decir, el número 2 toma un valor distinto en 2, 20, 200,...

1.1.1. Unidades, decenas y centenas

En el Sistema de numeración decimal, al emplear 10 símbolos, cada 10 unidades de primer orden se obtiene una unidad de segundo orden, cada 10 unidades de segundo orden se obtiene una unidad de tercer orden, y así sucesivamente.

- Las unidades de primer orden las denominamos “Unidades”.
- Las unidades de segundo orden las denominamos “Decenas”.
- Las unidades de tercer orden las denominamos “Centenas”.

Veamos un **ejemplo**:

- En el número 456:
 - 6 son las unidades.
 - 5 son las decenas y como cada decena son diez unidades, tenemos 50 unidades.
 - 4 son las centenas y como cada centena son diez decenas y cada decena son diez unidades, tenemos 400 unidades.
 - Con lo que el número 456 son 4 centenas + 5 decenas + 6 unidades = 400 unidades + 50 unidades + 6 unidades, es decir, $456 = 400 + 50 + 6$
-

La cuarta cifra son las unidades de millar, la quinta cifra son las decenas de millar, la sexta las centenas de millar, la séptima las unidades de millón, la octava las decenas de millón,...

$$\begin{aligned}28.694 &= 2 \text{ decenas de millar} + 8 \text{ unidades de millar} \\&\quad + 6 \text{ centenas} + 9 \text{ decenas} + 4 \text{ unidades}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}28.694 &= 20.000 \text{ unidades} + 8.000 \text{ unidades} + \\&\quad 600 \text{ unidades} + 90 \text{ unidades} + 4 \text{ unidades}\end{aligned}$$



Un número se puede expresar como suma de sus cifras multiplicadas por potencias de 10.

Las posiciones de las cifras en el número vendrán determinadas por la potencia de 10:

- 10^0 = unidades
- 10^1 = decenas
- 10^2 = centenas
- 10^3 = unidades de millar
- 10^4 = decenas de millar
- 10^5 = centenas de millar
- ...

Ejemplo

$$321 = 3 * 100 + 2 * 10 + 1 = 3 * 10^2 + 2 * 10^1 + 1 * 10^0$$

1.2. Números naturales

El conjunto de los números naturales es el primer grupo que necesitó el hombre de forma “natural” para contar, ordenar,...

Se le designa por la letra N.

$$N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots, 100, 101, \dots, 3.857, \dots\}$$

Podemos distinguir entre:

- **Números cardinales:** se utilizan para contar 1, 2, 3, 4... (Ejemplo: 2 perros, 4 niñas, 6 juguetes)
- **Ordinales:** se utilizan para determinar el orden que ocupa un elemento dentro de un conjunto ordenado: primero, segundo, tercero, cuarto... (Ejemplo: La primera entrada, el segundo libro,...)

1.2.1. Representación y comparación de números naturales



El conjunto de números naturales es ordenado, es decir, si tomamos dos naturales uno de ellos es menor que otro.

Los números naturales se pueden representar en una recta ordenados de menor a mayor.



Representación en la recta de los números naturales

Mientras más a la derecha se encuentre el número sobre la recta, mayor será.

Para comparar dos números naturales usaremos los siguientes símbolos:

“<” menor que

“>” mayor que

Tomando dos números, el que está más a la izquierda en la recta ordenada se dice que es menor, y el que está más a la derecha se dice que es mayor.

Ejemplo:

$2 < 5$ = 2 es menor que 5 pues el 2 está más a la izquierda en la recta.

$5 > 2$ = 5 es mayor que 2 pues el 5 está más a la derecha en la recta.



Importante

De dos números naturales, es siempre mayor el número que tiene más cifras.

Ejemplo:

Comparamos 1.723.805 con 923.132

1.723.805 tiene 7 cifras y 923.132 tiene 6 cifras con lo que obtenemos que: $1.723.805 > 923.132$

Si los dos números tienen las mismas cifras, es mayor el que su cifra de la izquierda es mayor. En el caso que las cifras de la izquierda sean iguales, se sigue comparando las cifras de izquierda a derecha, siendo mayor el que primero tenga la cifra mayor.

Ejemplo:

Comparamos 1.210.000 con 1.209.999

Como tienen el mismo número de cifras, 7, comparamos de izquierda a derecha:

- Primera cifra de la izquierda: 1.210.000 y 1.209.999:
 $1 = 1$, las dos primeras cifras de la izquierda son iguales con lo que seguimos comparando la siguiente cifra de la izquierda.
 - Segunda cifra de la izquierda: 1.210.000 y 1.209.999:
 $2 = 2$, las dos segundas cifras de la izquierda son iguales con lo que seguimos comparando la siguiente cifra de la izquierda.
 - Tercera cifra de la izquierda: 1.210.000 y 1.209.999:
 $1 > 0$, con lo que obtenemos que $1.210.000 > 1.209.999$.
-

Durante el curso usaremos los siguientes signos:

- + para la suma
- - para la resta

- \times o $*$ para la multiplicación
- $:$ o $/$ para la división



El símbolo " $=$ ", llamado signo igual, fue inventado en 1557 por el Galés Robert Recorde, inspirándose en las rectas paralelas. En uno de sus libros cuenta que eligió ese signo porque "dos cosas no pueden ser más iguales que dos rectas paralelas".

1.2.2. Operaciones básicas con los números naturales

Suma de números naturales

$$a + b = c$$

Los términos de la suma, a y b , se llaman sumandos y al resultado, c , se le conoce como suma.

Propiedades de la suma de números naturales:

- **Interna:** $a + b = c$; si a y b son naturales, entonces c es un número natural.

Ejemplo: $4 + 6 = 10$, que es un número natural

- **Elemento Neutro:** $a + 0 = a$; cualquier número natural sumado a cero da de resultado ese mismo número natural.

Ejemplo: $7 + 0 = 7$

- **Commutativa:** $a + b = b + a$

Ejemplo: $2 + 3 = 5 = 3 + 2$

- **Asociativa:** $(a + b) + c = a + (b + c)$

Ejemplo: $(2 + 3) + 1 = (5) + 1 = 6 = 2 + (4) = 2 + (3 + 1)$

Resta de números naturales

$$a - b = c$$

Los términos son: a minuendo, b sustraendo y c diferencia.

Propiedades de la resta de números naturales:

No es Interna: $a - b = c$; si a y b son naturales, c puede no ser un número natural.

Ejemplo: $7 - 5 = 2$ pero $5 - 7 = ?$



Con esto también vemos que la Resta de números naturales no cumple la propiedad commutativa.

Multiplicación de números naturales

$$a * b = c$$