

FCOV12: Competencia Matemática

Nivel III

Elaborado por: Francisco Javier Gómez Ruiz

Edición 2.0

EDITORIAL ELEARNING S.L.

ISBN: 978-84-16557-63-9

No está permitida la reproducción total o parcial de esta obra bajo cualquiera de sus formas gráficas o audiovisuales sin la autorización previa y por escrito de los titulares del depósito legal.

Impreso en España - Printed in Spain

Presentación

Identificación del Módulo formativo

Este módulo formativo corresponde a FCOV12: Competencia matemática del Nivel III, dentro del área de Competencias Clave de la familia profesional de la Formación Complementaria.

Presentación de los contenidos

La finalidad es aplicar conceptos y procedimientos matemáticos para resolver de forma razonada problemas procedentes de actividades cotidianas y diferentes ámbitos del saber, utilizando herramientas matemáticas mediante las que enjuiciar críticamente situaciones y fenómenos del entorno y obtener soluciones con eficacia y precisión rigurosas.

Objetivos

Al finalizar este módulo aprenderás a:

- Realizar cálculos con distintos tipos de números (rationales e irracionales) y unidades del sistema métrico decimal para resolver problemas relacionados con la vida diaria, comprendiendo su significado.
- Resolver problemas empleando métodos algebraicos y operando con expresiones algebraicas, polinómicas y racionales así como con la pro-

porcionalidad (directa e inversa) y los porcentajes (regla de tres simple y compuesta, intereses; etc.).

- Resolver problemas mediante ecuaciones de primer y segundo grado, operar con matrices en el contexto de problemas profesionales y resolver problemas de longitudes, áreas y volúmenes utilizando modelos geométricos.
- Representar gráficamente funciones matemáticas e interpretar gráficas en problemas relacionados con la vida cotidiana y fenómenos naturales y tecnológicos.
- Elaborar e interpretar informaciones estadísticas y calcular parámetros estadísticos de uso corriente así como de probabilidad.

Índice

UD1. Utilización de los números para la resolución de problemas	7
1.1. Números naturales	9
1.2. Números enteros	26
1.3. Fracciones y decimales en entornos cotidianos.....	35
1.4. Potencias y raíces cuadradas	56
1.5. La proporcionalidad	69
1.6. Utilización de la calculadora.....	83
UD2. Utilización de las medidas para la resolución de problemas	97
2.1. El sistema métrico decimal	99
2.2. Ángulos.....	113

UD3. Aplicación de la geometría en la resolución de problemas	137
3.1. Triángulos rectángulos.....	139
3.2. Polígonos	147
3.3. La circunferencia y el círculo.....	161
3.4. Cuerpos geométricos: prismas y pirámides.....	171
3.5. Cuerpos geométricos: cilindros, conos y esfera	181
3.6. Resolución de problemas geométricos que impliquen la estimación y el cálculo de longitudes, superficies y volúmenes	193
UD4. Aplicación del álgebra en la resolución de problemas...	205
4.1. Situaciones de cambio.....	207
4.2. Valoración de la precisión del lenguaje algebraico para representar y comunicar situaciones de la vida cotidiana.	259
UD5. Aplicación de la estadística y la probabilidad en la resolución de problemas	275
5.1. Organización en tablas de los datos recogidos en una experiencia.	277
5.2. Experimentos aleatorios.	300
Glosario	325
Soluciones	341

UD1

Utilización de los
números para la
resolución de problemas

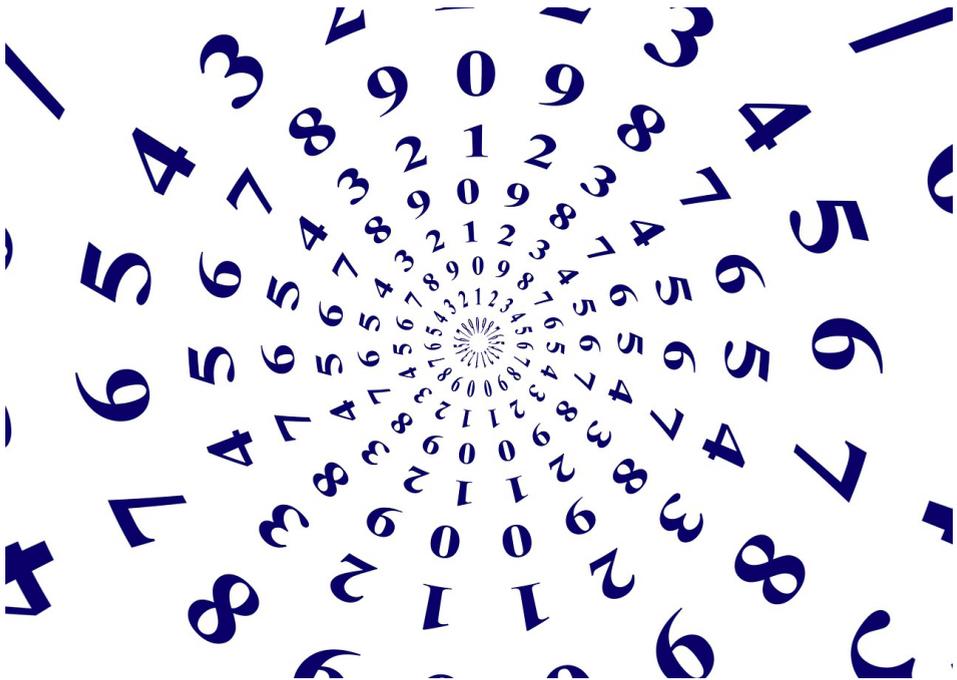
FCOV12: Competencia Matemática
Nivel III

- 1.1. Números naturales
- 1.2. Números enteros
- 1.3. Fracciones y decimales en entornos cotidianos
- 1.4. Potencias y raíces cuadradas
- 1.5. La proporcionalidad
- 1.6. Utilización de la calculadora

1.1. Números naturales

El ser humano, desde el principio de sus orígenes, necesita contar, medir, ordenar,... y para ello necesita los números.

A lo largo de la historia el ser humano ha ido creando y desarrollando conjuntos numéricos en función de las necesidades que ha tenido y le han ido surgiendo, creando así los números naturales, los números enteros, los números racionales...



Números

El conjunto de los números naturales es el primer grupo que necesitó el hombre de forma "natural" para contar, ordenar,...

Se le designa por la letra N.

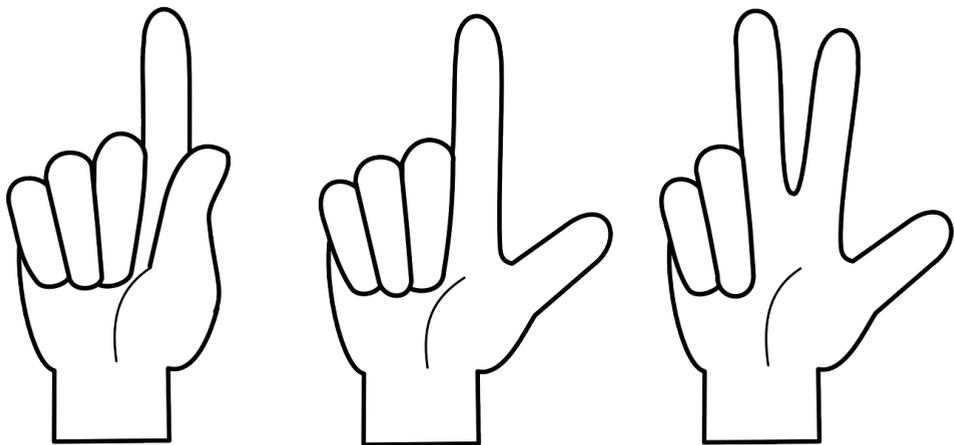
$$N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots, 121\}$$

Podemos distinguir entre:

- **Números cardinales:** se utilizan para contar 1, 2, 3, 4, 5,... (Ejemplo: 2 gatos, 5 niñas, 7 libros).
- **Ordinales:** se utilizan para determinar el orden que ocupa un elemento dentro de un conjunto ordenado: primero, segundo, tercero, cuarto... (Ejemplo: La primera entrada, el segundo libro,...)



El conjunto de los números naturales se basa en 10 símbolos, es decir, es decimal, debido a que el hombre tiene 10 dedos en la mano.



El conjunto de números naturales es ordenado, es decir, si tomamos dos naturales uno de ellos es menor que otro.

Los números naturales se pueden representar en una recta ordenados de menor a mayor



Representación en la recta de los números naturales.

Mientras más a la derecha se encuentre el número sobre la recta, mayor será.

Para comparar dos números naturales usaremos los siguientes símbolos:

“<” menor que

“>” mayor que

Tomando dos número, el que está más a la izquierda en la recta ordenada se dice que es menor, y el que está más a la derecha se dice que es mayor.

Ejemplo

$3 < 7 \Rightarrow$ 3 es menor que 7 pues el 3 está más a la izquierda en la recta.

$7 > 3 \Rightarrow$ 7 es mayor que 3 pues el 7 está más a la derecha en la recta.

De dos números naturales, es siempre mayor el número que tiene más cifras.

Ejemplo

Comparamos 1.264.184 con 418.249

1.264.184 tiene 7 cifras y 418.249 tiene 6 cifras con lo que obtenemos que: $1.264.184 > 418.249$

Si los dos números tienen las mismas cifras, es mayor el que su cifra de la izquierda es mayor. En el caso que las cifras de la izquierda sean iguales, se

sigue comparando las cifras de izquierda a derecha, siendo mayor el que primero tenga la cifra mayor.

Ejemplo

Comparamos 1.210.000 con 1.209.999

Como tienen el mismo número de cifras, 7, comparamos de izquierda a derecha

- Primera cifra de la izquierda: 1.210.000 y 1.209.999:
 $1 = 1$, las dos primeras cifras de la izquierda son iguales con lo que seguimos comparando la siguiente cifra de la izquierda.
- Segunda cifra de la izquierda: 1.210.000 y 1.209.999:
 $2 = 2$, las dos segundas cifras de la izquierda son iguales con lo que seguimos comparando la siguiente cifra de la izquierda.
- Tercera cifra de la izquierda: 1.210.000 y 1.209.999:
 $1 > 0$, con lo que obtenemos que $1.210.000 > 1.209.999$.



En este manual usaremos los siguientes signos:

- + para la suma
 - - para la resta
 - x o * para la multiplicación
 - : o / para la división
 - = para la igualdad
-

Operaciones básicas con números naturales.

Las operaciones básicas con los números naturales son:

– **Suma de números naturales:**

$$a + b = c$$

Los términos de la suma, a y b , se llaman sumandos y al resultado, c , se le conoce como suma.

· **Propiedades de la suma de números naturales:**

- › **Interna:** $a + b = c$; si a y b son naturales, entonces c es un número natural.
- › **Elemento Neutro:** $a + 0 = a$; cualquier número natural sumado a cero da de resultado ese mismo número natural.
- › **Conmutativa:** $a + b = b + a$

Ejemplo

$$4 + 3 = 7 = 3 + 4$$

- › **Asociativa:** $(a + b) + c = a + (b + c)$

Ejemplo

$$(4 + 2) + 3 = (6) + 3 = 9 = 4 + (5) = 4 + (2 + 3)$$

– **Resta de números naturales:**

$$a - b = c$$

Los términos son: a minuendo, b sustraendo y c diferencia.

· **Propiedades de la resta de números naturales:**

No es Interna: $a - b = c$; si a y b son naturales, c puede no ser un número natural.

Ejemplo:

$$8 - 3 = 5 \text{ pero } 3 - 8 = ?$$



Con esto también vemos que la Resta de números naturales no cumple la propiedad conmutativa.

– **Multiplicación de números naturales:**

$$a * b = c$$

Los términos de la multiplicación, a y b, se llaman factores y el resultado, c, se le conoce como producto.

· **Propiedades de la multiplicación de números naturales:**

› **Interna:** $a * b = c$; si a y b son naturales, entonces c es un número natural.

› **Elemento Neutro:** $a * 1 = a$; cualquier número natural multiplicado por 1 da de resultado ese mismo número natural.

- › **Conmutativa:** $a * b = b * a$.

Ejemplo:

$$3 * 6 = 18 = 6 * 3$$

- › **Asociativa:** $(a * b) * c = a * (b * c)$

Ejemplo:

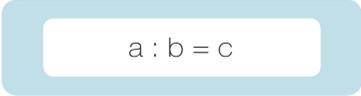
$$(3 * 4) * 2 = (12) * 2 = 24 = 3 * (8) = 3 * (4 * 2)$$

- › **Distributiva:** $a * (b + c) = a * b + a * c$

Ejemplo:

$$3 * (2 + 4) = 3 * (6) = 18 = 6 + 12 = 3 * 2 + 3 * 4$$

- **División de números naturales:**



$$a : b = c$$

Los términos que intervienen en una división se denominan: “a” dividendo, “b” divisor y “c” se le conoce como cociente.

- **Propiedades de la división de números naturales:**

- › **No es interna:** $a : b = c$; si a y b son naturales, c puede no ser un número natural.
- › **No es conmutativa:** $a : b \neq b : a$

Cero dividido entre cualquier número natural es cero

Ejemplo:

$$0 : 3 = 0 = 0 : 7$$



Ningún número natural se puede dividir por cero

· Tipos de divisiones

- › **División exacta:** Una división es exacta cuando el resto es cero.
 $D = d \cdot c$

Ejemplo:

$$6 : 2 = 3; r = 0 \Rightarrow 6 = 2 * 3 = 6$$

- › **División entera:** Una división es entera cuando el resto es distinto de cero. $D = d \cdot c + r$

Ejemplo:

$$7 : 3 = 2; r = 1 \Rightarrow 7 = 3 * 2 + 1 = 6 + 1 = 7$$



Regla de la división:

$D : d = c \Rightarrow D = d * c + r$ donde r es el resto o parte que no se ha podido dividir

En las operaciones con números naturales debemos seguir el orden adecuado para obtener el resultado apropiado. La jerarquía es la siguiente:



– Redondeo

Redondear un número natural es sustituirlo por otro número más sencillo y próximo a éste.

Ejemplo

158 podemos redondearlo a 160

1.010 podemos redondearlo a 1.000

Podemos redondear el número natural en la cifra que queramos.

6.987 podemos redondearlo a 7.000 o a 6.990

Los resultados del redondeo no son exactos pero hay ocasiones en la que son de mucha utilidad, como cuando queremos indicar que la parada de taxis más próxima está a 487 metros, decimos que se encuentra a unos 500 metros o si corremos 4.020 metros, decimos que hemos recorrido unos 4 kilómetros.

Para redondear debemos seguir unas reglas básicas:

Si la cifra que queremos redondear tiene un valor de 1, 2, 3 ó 4, se sustituyen por 0 tanto esta cifra como todas las de su derecha y la cifra a la izquierda no varía. En estos casos al redondear siempre se obtienen números menores. Esto se llama redondeo por defecto.

Ejemplo:

3.002 podemos redondearlo a 3.000

Si la cifra que queremos redondear tiene un valor de 5, 6, 7, 8 ó 9, se sustituyen por 0 tanto esta cifra como todas las de su derecha y la cifra anterior aumenta en 1. En estos casos al redondear siempre se obtienen números mayores. Esto se llama redondeo por exceso.

Ejemplo:

2.998 podemos redondearlo a 3.000



Para redondear podemos decidir qué grado de precisión es apropiado. Diremos así que redondeamos a las decenas o a las unidades de millar, por ejemplo, según el grado de precisión que nos interese.

Ejemplo

152 redondeado a la decena es 150

2.388 redondeado a la decena es 2.390

2.388 redondeado a la centena es 2.400

34.993 redondeado a la unidad de millar es 35.000

El redondeo se usa como técnica de marketing en la venta de productos pues los vendedores se aprovechan del “falso redondeo” que inconscientemente realizamos y de la percepción que tenemos de determinados precios.

Un estudio de la Universidad de Nueva York confirmó que los precios que acaban en 99, como por ejemplo 599 € o 199 €, influyen realmente en el consumidor, provocando que afecte a las ventas.

La causa de este comportamiento es que la mente se fija más en el primer dígito que en el resto entonces un 199 € es más atrayente para el cerebro humano que un 200 €, cuando se refiere a gasto, pues aunque solo exista la diferencia mínima de un euro, la primera interpretación de la mente es que la diferencia es mucho mayor y que se está gastando ciento y pico euros en lugar de doscientos euros.

Descomposición de un número natural en factores primos



Un número **primo** es aquel número mayor que 1 y que sus únicos divisores son él mismo y la unidad.

Ejemplos

Números primos {2, 3, 5, 7, 11, 13,...}



Un número **compuesto** es aquel que tiene algún divisor distinto de él mismo y la unidad.

Ejemplos

Números compuestos {4, 6, 8, 9, 10, 12, ...}

Sean a, b y c número naturales:

- **Múltiplo:** a es múltiplo de b cuando es el resultado de multiplicar b por c, es decir, si $a = b * c$.
- **Divisor:** b es un divisor de a cuando la división es exacta, es decir, si $a : b = c$ y resto 0.

De esto se dice que a es divisible por b

Ejemplo

$10 = 2 * 5 \Rightarrow$ 10 es múltiplo de 2 y de 5; 10 es divisible por 2 y por 5; 2 y 5 son divisores de 10



En el libro “Los Elementos” de Euclides (300 a.C.) ya aparecen estudios sobre los números primos.
